

# Meccanica Applicata alle Macchine

## Esercitazione N.1

### A.A. 2018-2019

Il volano a doppia massa costituisce un dispositivo sempre più diffuso per smorzare le vibrazioni torsionali degli alberi di trasmissione nei veicoli.

Per maggiori dettagli si consulti il documento [https://download.meccanica.science/varie\\_corsi/archivio/centrifugalpendulumLUK.zip](https://download.meccanica.science/varie_corsi/archivio/centrifugalpendulumLUK.zip) alla pagina <https://meccanica.science/index.php/archiviomam/>

Il principio di funzionamento di tale dispositivo risiede nel cosiddetto *pendolo centrifugo*. Quest'ultimo, in prima approssimazione, può essere schematizzato quale massa puntiforme  $m$  collegata all'albero mediante coppia rotoidale, così come mostrato in Figura 1.

La velocità angolare  $\dot{\Theta}$  dell'albero di trasmissione (Momento di inerzia  $J = I_r + I_G$ ) può essere interpretata quale la somma di un termine costante  $\Omega$  e di uno variabile  $\dot{\theta}$ , dovuto alle oscillazioni torsionali. Pertanto, la rotazione complessiva dell'albero si può esprimere quale somma

$$\Theta = \Omega t + \theta \quad (1)$$

ove  $t$  rappresenta la variabile temporale.

#### Parte I: Teoria

- Avvalendosi del Principio dei Lavori Virtuali, ed adottando  $\Theta$  e  $\phi$  quali coordinate generalizzate, si deducano le equazioni del moto del sistema a 2 g.d.l. schematizzato in Figura 1.
- Si linearizzino le equazioni del moto assumendo  $\Omega = \text{costante}$ ,  $\cos \phi \approx 1$ ,  $\sin \phi \approx \phi$ ,  $\dot{\theta} \ll \Omega$ ,  $\dot{\phi} \cdot \dot{\phi} \approx 0$
- Ipotizzando sul volano la coppia  $T(t) = T_0 \sin \Omega t$  ed una risposta armonica  $\phi(t) = \phi_0 \sin \Omega t$  e  $\theta(t) = \theta_0 \sin \Omega t$ , si determini la soluzione particolare del sistema di equazioni differenziali linearizzate. Quindi, si deducano le ampiezze di vibrazione  $\phi_0$  e  $\theta_0$  in funzione dei parametri inerziali e di funzionamento del sistema.
- Stabilire il rapporto tra  $R$  ed  $L$  che consente di annullare  $\theta_0$  (ovvero l'oscillazione torsionale).

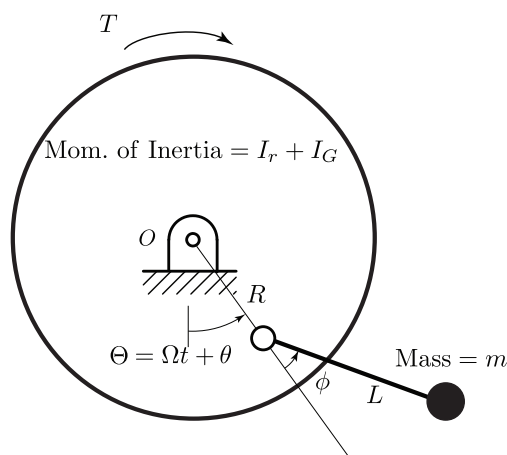


Figura 1: Schema di pendolo centrifugo

## Parte II: Programmazione e simulazione

Eseguire la simulazione dinamica del sistema di Figura 1 assumendo:

- $R = 6.7$  cm
- $L = 2R$
- velocità angolare media dell'albero  $\Omega = 875$  giri/min
- una coppia di ampiezza  $T_0 = 6$  Nm
- $J = 0.003316778$  kgm<sup>2</sup> momento inerzia albero

La simulazione consisterà nel risolvere numericamente<sup>1</sup> il sistema di equazioni differenziali linearizzate dedotto nella prima parte.

Successivamente, si esegua una simulazione imponendo una nuova lunghezza  $L$  in modo che sia annullata (o ridotta in maniera significativa come si osserverà) l'ampiezza  $\theta_0$ . Sulla base dei risultati della simulazione, si discuta l'influenza della massa  $m$  sull'ampiezza  $\theta_0$ .

I risultati richiesti dovranno essere presentati in maniera chiara ed ordinata, avendo cura di fornire tutti i dettagli analitici necessari alla deduzione delle equazioni necessarie per l'analisi.

L'elaborato dovrà essere pertanto redatto seguendo scrupolosamente le specifiche elencate nel documento Template L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X per Esercitazioni disponibile alla seguente pagina web: <https://meccanica.science/index.php/mam/>.

---

<sup>1</sup>A tal fine si potrà utilizzare la procedura `ode45` di Matlab, oppure altre librerie matematiche. Per esempi di programmazione della soluzione di equazioni differenziali si consulti, ad esempio, p.547 del testo *Dinamica Tecnica e Computazionale*.